8 класс.

Условия задач.

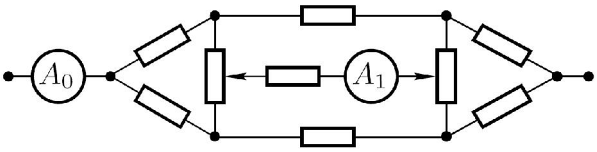
Задача 1. Количество теплоты.

В теплоизолированный сосуд, содержащий воду массы M при температуре T °С, бросили кусок льда массы m при температуре $-t$ °С. Какие качественно различные состояния системы возможны после установления теплового равновесия? Изобразите на плоскости параметров (T, t) области, соответствующие каждому из этих состояний. Каким точкам на этой плоскости соответствует нулевая конечная температура?

Задача 2. Мяч в реке.

Если мяч опустить в реку, то через 3 минуты он совершит полный оборот вокруг своей оси (рис.), пройдя при этом по течению 50 метров. Оцените глубину реки.

Задача 3. Симметричная схема.



В электрической цепи (рис.) сила тока, текущего через амперметр A_0, равна I_0. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно R. Вычислите силу тока I_1, текущего через амперметр A_1. Подвижные контакты переменных резисторов установлены на середину так, что сопротивление от них до соответствующих выводов резистора равно $R/2$.

Задача 4. Рычаг.

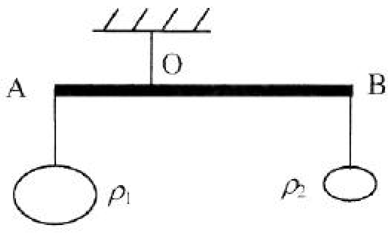


Рис.

Два тела разных плотностей и объемов уравновешены на невесомом стержне AB с отношением плеч $AO:OB = 1:2$ (см. рисунок). После того как тела полностью погрузили в воду, для сохранения равновесия стержня их пришлось поменять местами. Найти плотности тел ρ_1 и ρ_2, если $\rho_2/\rho_1 = 2{,}5$. Плотность воды считать известной.

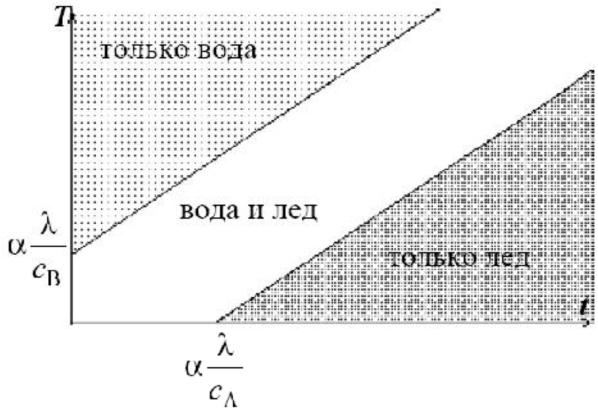
Подсказка: на тело, погруженное в жидкость действует сила, направленная в противоположную сторону силе тяжести и равная весу жидкости в объеме погруженного тела.

5. Задача. Циклотрон.

Создана экспериментальная установка – «циклотрон», состоящая из двух туннелей в виде полуокружностей соединенных между собой. В каждом из туннелей поддерживается определенная плотность среды, что влияет на скорость движения частиц. Из точки соединения туннелей в разные стороны одновременно запускают частицы. Известно, что скорость движения в одном тоннеле равна v_1, а в другом – v_2. Определите, через какое время частицы встретятся, а также на каком расстоянии от точки запуска. Радиус тоннелей одинаков и равен R

Решение 1.

Могут реализоваться следующие конечные состояния системы:



1) В сосуде останется только лед. Соответствующее условие имеет вид

$$c_в MT + \lambda M < c_Л m\,.$$

2) В сосуде останется только вода. Условие реализации этого состояния имеет вид

$$c_в MT > c_л mt + \lambda M.$$

Промежуточная ситуация: есть одновременно и лед, и вода при нулевой температуре.

Здесь $c_в$, $c_л$, λ – удельные теплоемкости воды и льда и удельная теплота плавления льда соответственно.

Соответствующие области на плоскости параметров (T, t) изображены на рисунке. При этом прямые, являющиеся границами областей, параллельны, а их угловой коэффициент равен параметру $\alpha = m/M$, характеризующему соотношение начальных масс воды и льда.

Решение 2.

Мяч вращается из-за того, что скорость течения линейно меняется по глубине реки. У поверхности реки она максимальна, а у дна близка к нулю. В системе отсчета, связанной с центром мяча, скорость воды в нижней точке мяча равна $u = vr/h$, где r − радиус мяча, h − глубина реки, v – скорость течения. Мяч совершит полный оборот за время $t = 2\pi r/u$ и пройдет при этом по течению расстояние $l = vt$. Используя полученные соотношения, находим, что $h = l/2\pi$. Для приведенных в условии численных значений $h \approx 8$ м.

Решение 3.

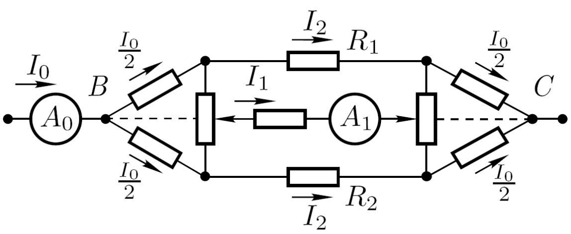


Рис. 9

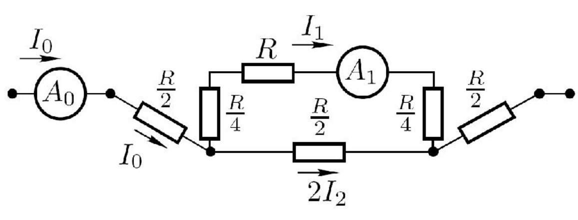


Рис. 10

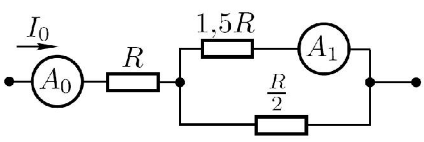


Рис. 11

Пусть сила тока, протекающего через резистор R_1, равна I_2 (рис. 9). В силу симметрии схемы относительно оси BC (пунктирная линия) сила тока, протекающего через R_2, также равна I_2. Сила тока, протекающего через остальные резисторы, легко находится из той же симметрии. Если схему «сложить» относительно осевой линии BC, то получится эквивалентная схема, представленная на рисунке 10. Сопротивления резисторов в ней равны $R/2$ и $R/4$ из-за возникшего параллельного соединения резисторов сопротивлением R и $R/2$ после операции «сложения». Ещё упростим схему (рис. 11). Поскольку в цепи, состоящей из двух параллельно соединённых резисторов, силы тока обратно пропорциональны их сопротивлениям, то

$$\frac{I_1}{2I_2} = \frac{R/2}{1{,}5R},$$

откуда

$$3I_1 = 2I_2.$$

С другой стороны, $I_1 + 2I_2 = I_0$. Отсюда находим $I_1 = 0{,}25I_0$.

Решение 4.

Запишем условие равновесия стержня до погружения тел в воду

$$\rho_1 V_1 = 2\rho_2 V_2$$

и после их погружения

$$2(\rho_1 - \rho_o)V_1 = (\rho_2 - \rho_o)V_2.$$

Здесь через V_1, V_2 обозначены объемы тел, а через ρ_o – плотность воды.

Отыскивая из первой формулы отношение объемов тел

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5.$$

подставляем его во вторую формулу и приходим к уравнению

$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_o.$$

Решая это уравнение совместно с условием $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = 2{,}5$, окончательно находим

$$\rho_1 = 1{,}2\rho_o \text{ и } \rho_2 = 3\rho_o.$$

Решение 5.

Рассмотрим ситуацию, когда $v_1 > v_2$, тогда 1-я частица пройдет свою полуокружность (например, правую) быстрее и влетит во второй тоннель раньше, чем встретится со второй частицей. Время движения до встречи у первой частицы $t = \dfrac{\pi R}{v_1} + \dfrac{x}{v_2}$ равно времени движения до встречи у второй частицы $t = \dfrac{\pi R}{v_2} - \dfrac{x}{v_2}$.

Приравняем левые части уравнений: $\dfrac{\pi R}{v_1} + \dfrac{x}{v_2} = \dfrac{\pi R}{v_2} - \dfrac{x}{v_2}$. Решим его относительно x: $x = \dfrac{\pi R}{2}\left(1 - \dfrac{v_2}{v_1}\right)$. Расстояние от точки запуска до точки встречи $L = \dfrac{\pi R}{2v_1}(v_1 + v_2)$ в более медленном тоннеле. Время встречи $t = \dfrac{L}{v_2} = \dfrac{\pi R(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}$.

Рассмотрим вторую ситуацию, когда $v_1 < v_2$, тогда 2-я частица пройдет свою полуокружность быстрее и влетит в первый тоннель раньше, чем встретится с первой частицей. Время движения до встречи у второй частицы $t = \dfrac{\pi R}{v_2} + \dfrac{x}{v_1}$ равно времени движения до встречи у первой частицы $t=\frac{\pi R}{v_1}-\frac{x}{v_1}$. Приравняем левые части уравнений: $\frac{\pi R}{v_2}+\frac{x}{v_1}=\frac{\pi R}{v_1}-\frac{x}{v_1}$. Решим его относительно *x*: $x=\frac{\pi R}{2}\left(1-\frac{v_1}{v_2}\right)$.

Расстояние от точки запуска до точки встречи $L=\frac{\pi R}{2v_2}\left(v_2+v_1\right)$ в более медленном тоннеле. Время встречи $t=\frac{L}{v_1}=\frac{\pi R(v_1+v_2)}{2v_1v_2}$. Как видно из решения, время встречи не изменилось $t=\frac{\pi R(v_1+v_2)}{2v_1v_2}$, а расстояние до встречи от точки запуска при $v_1 > v_2$ равно $L=\frac{\pi R}{2v_1}\left(v_1+v_2\right)$, а при $v_1 < v_2$ равно $L=\frac{\pi R}{2v_2}\left(v_2+v_1\right)$.